

COMMANDE H_∞ D'UN AXE DE MACHINE OUTIL ÉQUIPÉ D'UN MOTEUR LINÉAIRE

Mathieu Mourier

Siemens, 9-11, chemin des Petites Brosses, 69300 Caluire & Cuire mathieu.mourier@siemens.com

Rosario Toscano

Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes, CNRS UMR5513 ECL/ENISE, 58 rue Jean Parot, 42023 Saint-Etienne cedex 2, toscano@enise.fr

Hédi Hamdi

Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes, CNRS UMR5513 ECL/ENISE, 58 rue Jean Parot, 42023 Saint-Etienne cedex 2, hamdi@enise.fr

Résumé :

La recherche de gain de productivité tend à généraliser l'emploi d'entraînement direct (moteur linéaire, moteur couple) dans les machines d'usinage grande vitesse. L'adoption de gain très élevé dans la commande, afin d'assurer la raideur, augmente la bande passante de l'asservissement qui recouvre alors les premiers modes propres de la structure. Dans cet article, nous proposons l'élaboration d'une stratégie de commande, à partir d'une synthèse H_∞ , prenant en compte les incertitudes sur les fréquences de résonance des modes propres d'un axe de machine outil équipé d'un moteur linéaire.

Mots clés : commande H_∞ , moteur linéaire, modes propres.

1 Introduction.

L'usinage à grande vitesse (UGV) apporte des gains de productivité par rapport à un usinage conventionnel, ainsi qu'un accroissement de la qualité des surfaces générées. Cette qualité nécessite une grande maîtrise des trajectoires outil/pièce, rendue difficile par les fortes variations d'accélération qui engendrent, entre autres des vibrations de la structure de la machine. Aujourd'hui, les capacités dynamiques des machines UGV ne sont pas complètement exploitées du fait de la non maîtrise du comportement de la structure. Les solutions actuellement employées pour surmonter en partie cette difficulté consistent à réduire les masses en mouvement, à rigidifier la structure mécanique de la machine et à améliorer les performances dynamiques des actionneurs. Sur ce dernier point, la tendance est à la suppression des réducteurs et des vis à billes au profit de moteurs linéaires entraînant directement les parties mobiles. Dans ces conditions, le nombre de corps en mouvement est réduit, diminuant favorablement les frottements et les masses (inerties). Pourtant, l'entraînement direct modifie considérablement le comportement dynamique de la machine, il n'y a, en effet, plus d'irréversibilité : les efforts de coupe réagissent directement sur la position du moteur et c'est la commande qui doit procurer une raideur suffisante par l'adoption de gains très importants. Il en résulte alors un élargissement très important de la bande passante venant recouvrir les premiers modes propres de la structure de la machine.

Un axe de machine outil peut donc être modélisé selon un double point de vue figure1:

- une fonction transfert $G(s)$ reliant la vitesse y à la commande et pour lequel on suppose une structure rigide.
- une fonction de transfert $G_{flex}(s)$ reliant l'accélération y_{acc} d'un point jugé critique de la structure à la commande. Cette fonction de transfert permet de prendre en compte les modes propres de la structure.

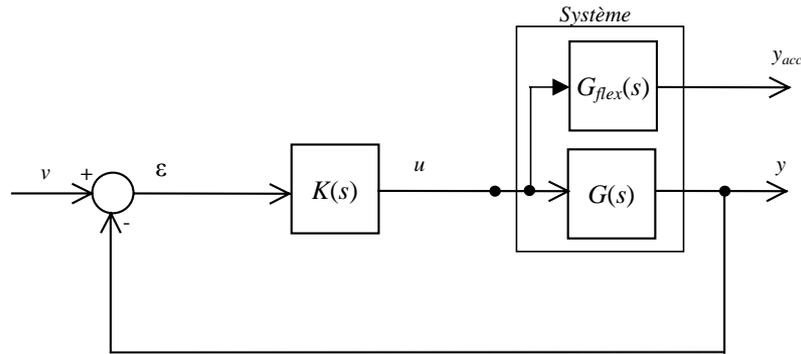


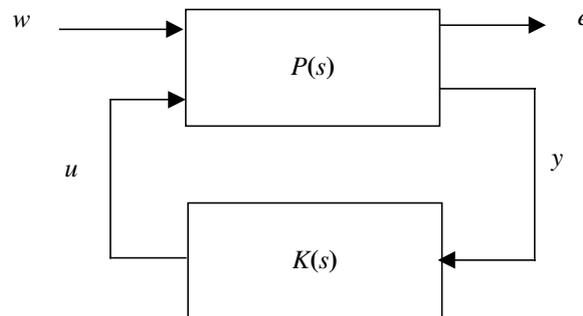
Figure 1. modèle proposé.

La solution actuellement utilisée consiste à compenser, à l'aide d'un filtrage approprié, les modes résonants de la structure inclus dans la bande passante de la commande. Cependant ces modes ne sont pas fixes et dans le cas de structures particulièrement souples ce type de régulateur atteint ses limites.

C'est pourquoi nous proposons de déterminer un correcteur $K(s)$, permettant d'obtenir des performances satisfaisantes sur la boucle de vitesse tout en minimisant l'accélération d'un point critique de la structure, par une synthèse H_∞ .

2 Présentation de la synthèse H_∞ .

La synthèse H_∞ utilise la notion de problème standard représenté par la figure 2.

Figure 2. problème H_∞ standard.

y représente l'entrée du correcteur et correspond aux mesures disponibles pour élaborer la commande.

u représente la commande.

w représente les signaux extérieurs tel que la référence, le bruit etc.

e représente les signaux qui caractérisent la commande et que l'on cherche à minimiser pour satisfaire le cahier des charges.

La matrice $P(s)$ du système généralisé, encore appelé système augmenté, décrit le transfert entre les entrées w , u et les sorties e , y .

$$\begin{bmatrix} e \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ew}(s) & P_{eu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

$$E(s) = F_l(P(s), K(s))W(s) \quad (1)$$

$$\text{avec } F_l(P(s), K(s)) = P_{ew}(s) + P_{eu}(s)K(s)(I - P_{yu}(s)K(s))^{-1}P_{yu}(s)$$

On appelle $F_l(P(s), K(s))$ la Transformation Fractionnaire Linéaire inférieure.

2.1 Définition du problème H_∞ standard.

$P(s)$ et $\gamma > 0$ étant donnés, il s'agit de déterminer tous les correcteurs $K(s)$ qui stabilisent le système bouclé et qui assure $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$. Les correcteurs qui assurent la plus petite valeur de γ possible sont dit "optimaux".

La méthode la plus courante pour résoudre le problème H_∞ standard utilise l'algorithme de Glover-Doyle qui consiste à résoudre les équations de Riccati et à approcher la valeur optimale de γ par dichotomie. [1] [2]

2.2 Mise en oeuvre de la synthèse H_∞ .

Dans le schéma bloc de la figure 3, $G(s)$ est un modèle du système à asservir et $K(s)$ le correcteur à déterminer.

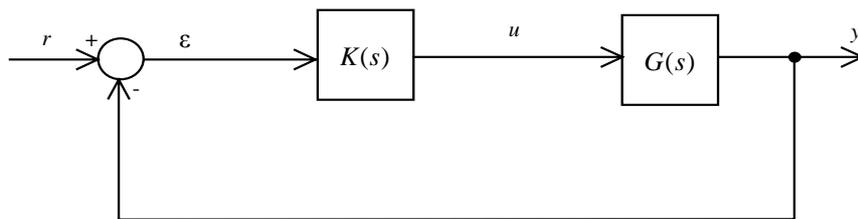


Figure 3. Analyse d'un système asservi.

Dans ce problème, l'objectif est de minimiser l'erreur au moyen d'une commande raisonnable.

On calcule la matrice de transfert entre le signal d'entrée r d'une part et l'erreur ε et la commande u d'autre part :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ u \end{bmatrix} = M(s)R(s) = \begin{bmatrix} S(s) \\ K(s)S(s) \end{bmatrix} [R(s)]$$
 avec $S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}$ représentant la fonction de transfert entre la consigne et l'erreur, appelé aussi fonction de sensibilité de l'asservissement.

La synthèse consiste à chercher un nombre $\gamma > 0$ et un correcteur $K(s)$ stabilisant le système bouclé qui assure :

$$\|M(s)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} S(s) \\ K(s)S(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma$$

La résolution du problème H_∞ précédemment exposée ci-dessus ne laisse aucun choix à l'utilisateur dans la spécification des performances du système. Une solution consiste à

introduire des fonctions de pondérations permettant, suivant le signal auquel elles s'appliquent, de privilégier un domaine fréquentiel particulier.

2.3 Méthode des fonctions de pondérations.

Considérons le schéma figure 4 :

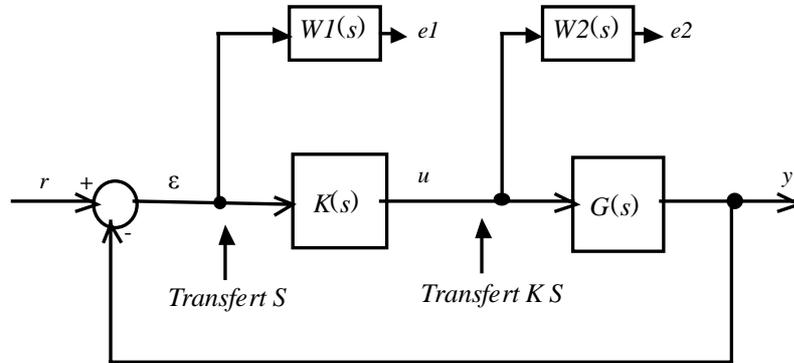


Figure 4. Mise en place des pondérations.

L'erreur ε est pondérée par le filtre $W1$ et la commande u par $W2$.
En considérant r comme entrée $e1$ et $e2$ comme signaux à surveiller

$$\begin{bmatrix} e1 \\ e2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W1(s)S(s) \\ W2(s)K(s)S(s) \end{bmatrix} [r(s)] \quad (2)$$

Le problème H_∞ standard consiste à déterminer un nombre $\gamma > 0$, le correcteur $K(s)$ stabilisant le système bouclé et assurant :

$$\left\| \begin{pmatrix} W1(s)S(s) \\ W2(s)K(s)S(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (3)$$

$$\|W1(s)S(s)_\infty\| < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in R |S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W1(j\omega)|} \quad (4)$$

$$\|W2(s)K(s)S(s)_\infty\| < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in R |K(j\omega)S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W2(j\omega)|} \quad (5)$$

Si la condition éq. (3) est vérifiée alors les éqs. (4) et (5) le sont aussi. Pour valeur de γ proche de 1 la fonction $S(s)$ (transfert entre la consigne et l'erreur) sera contrainte par $W1(s)$. Le choix de celle-ci permettra d'assurer les objectifs de précision et la bande passante minimale souhaitée. De même la fonction $K(s)S(s)$ représentant le transfert entre la consigne et la commande sera modélé par $W2(s)$. Elle imposera une contrainte au delà de la bande passante choisit pour l'asservissement.

3 Application sur un banc d'essai équipé d'un moteur linéaire.

La validation de ce principe de commande a été effectuée sur un prototype (figure 5) constitué d'un moteur linéaire. Le pilotage se fait à l'aide d'un variateur en mode de commande de force et d'un PC équipé d'une carte dSPACE gérant les boucles de vitesse et de position. Il est équipé d'une potence, dont la poutre horizontale est positionnable en différentes hauteurs. Cet ensemble simule un autre axe d'une machine. Les points P1 P2 P3 P4 de la figure 5 représentent l'emplacement de l'accéléromètre permettant de mesurer les modes propres de cette structure. Ces mêmes points seront utilisés pour vérifier l'efficacité du correcteur. La commande que nous nous proposons de réaliser doit éviter d'exciter les modes propres quelle que soit la position de cet ensemble.

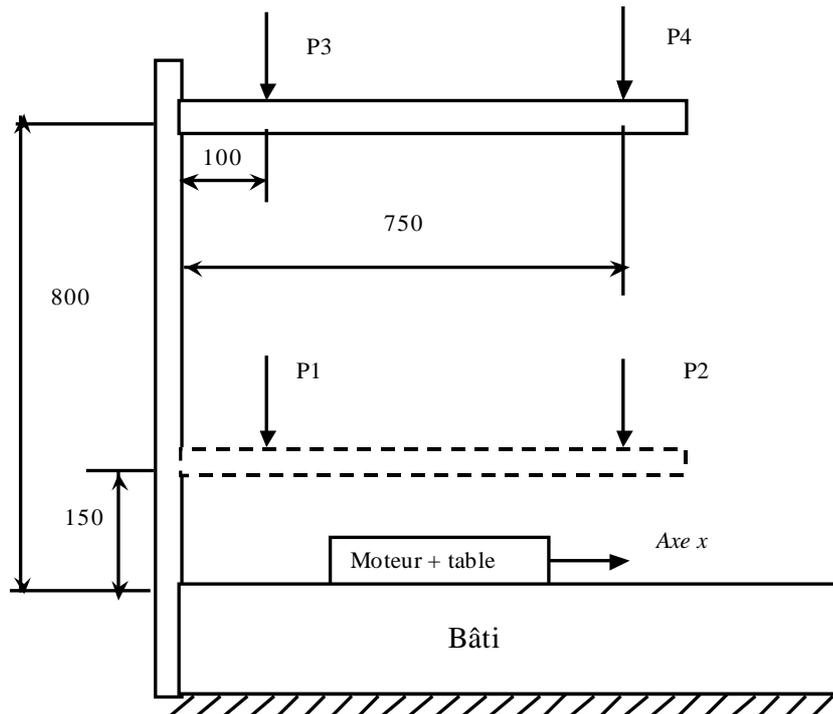


Figure 5. Schéma du prototype.

- La figure 6 présente le principe de commande adopté

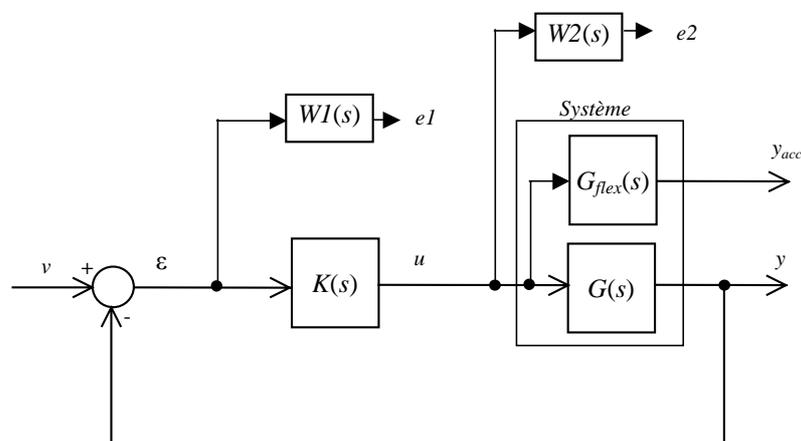


Figure 6. Principe de la commande.

En utilisant éq.(2) $y_{acc} = \frac{G_{flex}(s)e2(s)}{W2(s)}$

L'accélération y_{acc} est modélisée par la pondération $1/W2$.

3.1 Mise sous forme standard.

- entrée : v vitesse
- signaux surveillés : $e1$ et $e2$
- entrée du correcteur : ε erreur de vitesse
- sortie correcteur : u commande

$G(s)$: entrée u sortie y $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$

$W1(s)$: entrée ε sortie $e1(s)$ $\begin{cases} \dot{x}1 = A_1x1 + B_1\varepsilon \\ e1 = C_1x1 + D_1\varepsilon \end{cases}$

$W2(s)$: entrée u sortie $e2(s)$ $\begin{cases} \dot{x}2 = A_2x2 + B_2u \\ e2 = C_2x2 + D_2u \end{cases}$

$P(s)$ système augmenté $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}1 \\ \dot{x}2 \\ e1 \\ e2 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ -B1C & A1 & 0 \\ 0 & 0 & A2 \\ -D1C & C1 & 0 \\ 0 & 0 & C2 \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x1 \\ x2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B1 \\ 0 \\ D1 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} (v) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ B2 \\ 0 \\ D2 \\ 0 \end{bmatrix} (u)$

3.2 Modélisation du moteur linéaire.

La figure 7 représente la modélisation des CNA, CAN, variateur, et moteur linéaire.

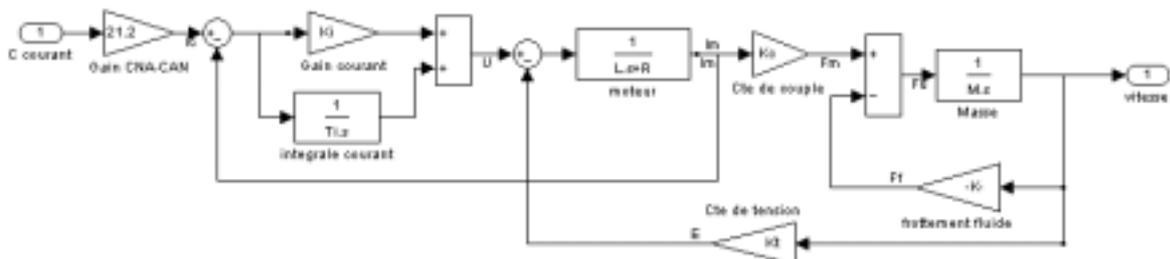


Figure 7. Modélisation du système.

Mise sous forme d'état :

$$G(s) : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad \text{Avec } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -7.8e5 \\ 1 & 0 & -1.5e5 \\ 0 & 1 & -5925.2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4.7e6 \\ 7.5e5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = (0 \quad 0 \quad 1)$$

3.3 Choix des pondérations W1 et W2.

Il n'existe pas de règle générale qui permette de les choisir. Seule une analyse du cahier des charges guide cette démarche.

Dans notre cas les contraintes sont :

- Ne pas exciter la structure. L'analyse de cette dernière permettra de choisir W2.
- Avoir la précision et la bande passante en boucle fermée les plus élevées possibles ce qui conditionnera W1.

3.4 Analyse de la structure.

L'analyse de la structure est réalisée en excitant le moteur avec un signal sinusoïdal de fréquence variable (de 0.1 à 200Hz). Les figures 8, 9, 10, 11 représentent le contenu fréquentiel des accélérations mesurée aux points P1, P2, P3, P4.

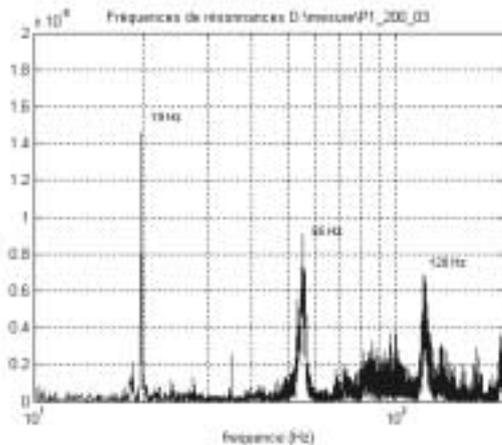


Figure 8. Fréquences point P1.

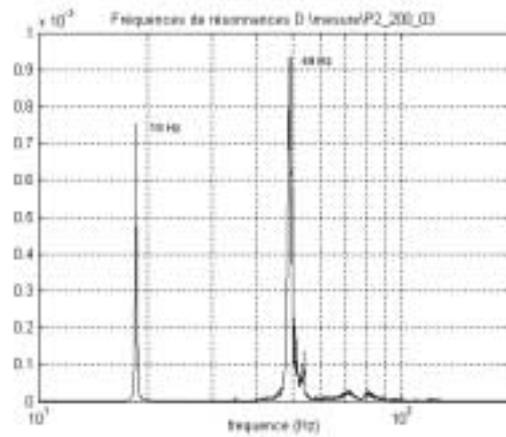


Figure 9. Fréquences au point P2.

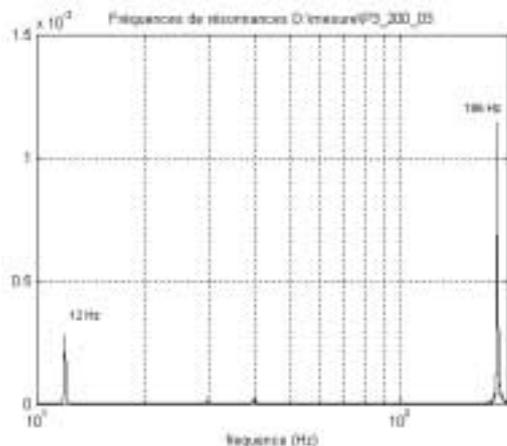


Figure 10. Fréquences point P3.

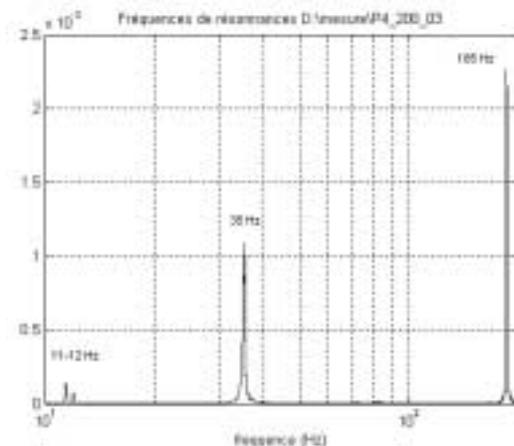


Figure 11. Fréquences au point P4.

Cette analyse montre qu'il faut atténuer des fréquences de résonances à partir de 11Hz .

3.5 Choix des pondérations.

$\frac{1}{W2(s)}$ doit être un filtre possédant un gain élevé pour les fréquences inférieures à 10 Hz

et une atténuation à partir de cette même valeur. $W2(s) = \frac{0.0002594s^2 + 0.000713s + 0.001}{0.0001267s^2 + 0.01576s + 1}$

W1 doit être un filtre possédant un gain élevé sur une plage de fréquence la plus grande possible mais permettant d'obtenir une valeur de γ proche de 1. $W1(s) = \frac{4.421s + 1000}{13.98s + 1}$

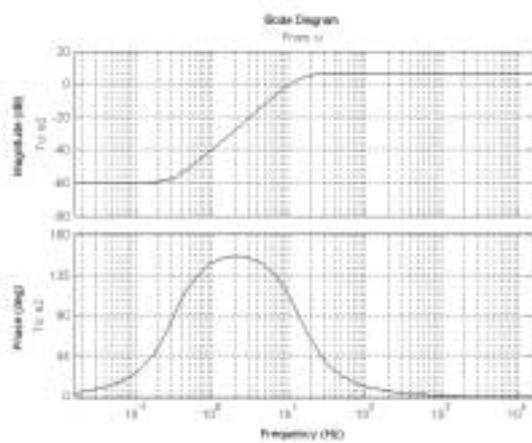


Figure 12. Diagramme de W2.

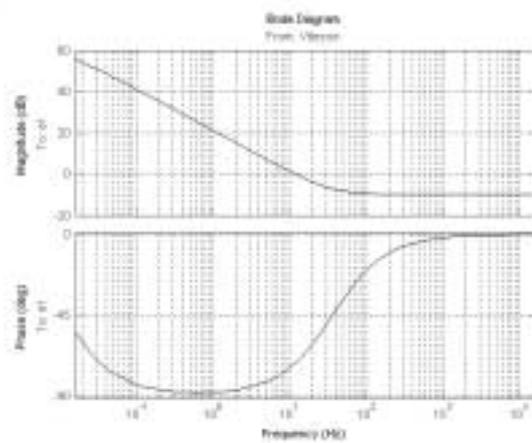


Figure13 . Diagramme de W1 .

Le correcteur ainsi calculé est :

$$K(s) = \frac{3107.2(s + 5896)(s + 24.25)(s + 5.45)(s^2 + 124.4s + 7896)}{(s + 6.25)(s + 0.07)(s^2 + 124.1s + 6419)(s^2 + 1.27e^4s + 4e^7)}$$

avec $\gamma = 0.99428$

Remarque : l'ordre du correcteur est la somme des ordres du modèle et des pondérations. La réduction de celui-ci peut facilement être obtenu par suppression des pôles et des zéros très supérieurs à la bande passante souhaité.

3.6 Analyse de la structure après correction.

Celle-ci est réalisé en excitant le moteur à travers le correcteur avec le même signal. Les figures 14, 15, 16, 17 représente les mesures réalisées du système ainsi corrigé.

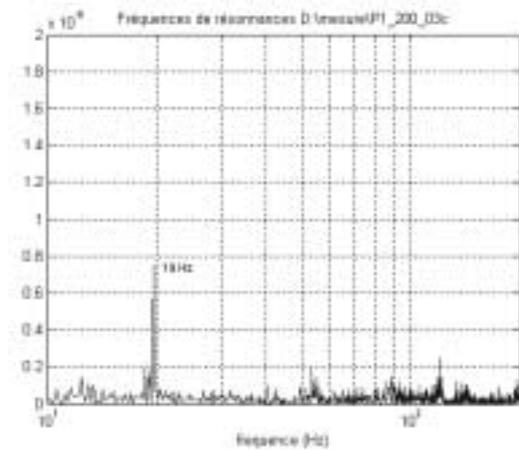


Figure 14. *Fréquences corrigées au point P1.*

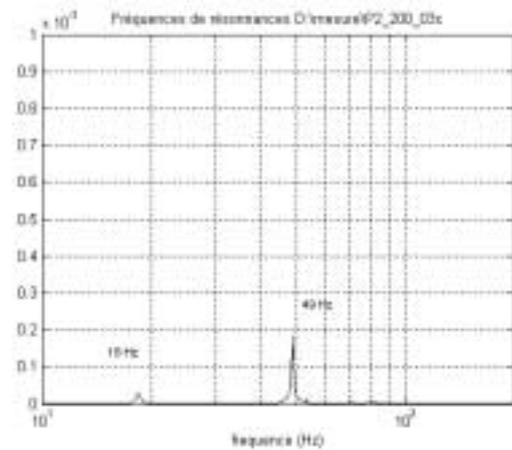


Figure15 . *Fréquences corrigées au point P2.*

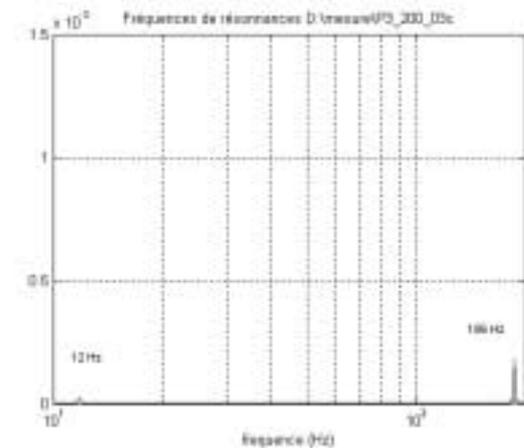


Figure 16. *Fréquences corrigées au point P3.*

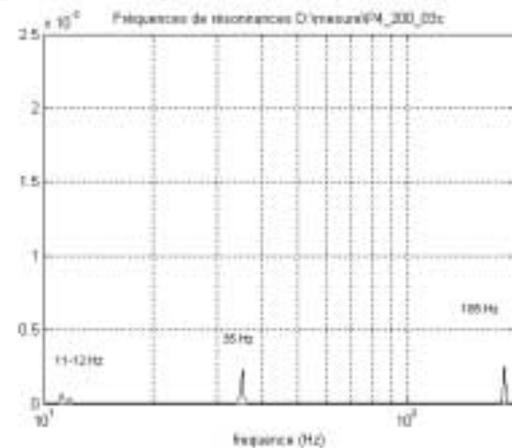


Figure17 . *Fréquences corrigées au point P4.*

On peut constater que le régulateur utilisé permet d'atténuer fortement les divers modes résonants, sans dégrader les performances de la boucle de position (cf. figure 18).

3.7 Réponse en boucle de position.

La figure 17 montre la réponse à un échelon de position de 10 mm du système ainsi corrigé avec un gain de boucle de position $K_v = 17$ en 1/s où $K_v \approx 1$ en 1000/mn.

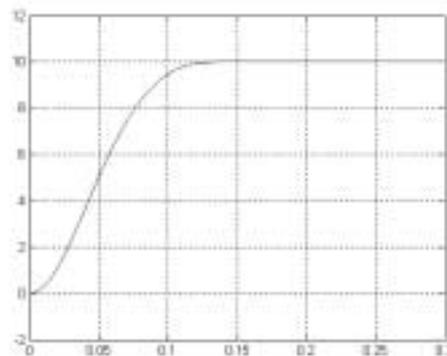


Figure18 . *Réponse du système corrigé.*

4 Conclusion.

La synthèse H_∞ répond aux objectifs fixés. La représentation fréquentielle des pondérations permet de traduire simplement et rapidement le cahier des charges de l'asservissement. En effet la seule connaissance du mode résonnant le plus faible nous a permis de déterminer les pondérations permettant le calcul du correcteur.

Le modèle et le type de pondérations étant fixés, une interface de mise en œuvre peut être réalisée aisément.

Une approche H_∞ par "loop-shaping", dont le principe consiste à modéliser la fonction de transfert en boucle ouverte par un pré-filtre et un post filtre, pourrait être étudiée. En effet, elle offre l'avantage de calculer le correcteur sans itération.

Cependant, une étude de la robustesse grâce à une μ -Analyse par exemple, déterminerait le domaine de validité de ces méthodes.

5 Références.

[1] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, R. Smith « μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide ». The MathWorks, Inc. , 2001.

[2] G. Duc, S. Font. « Commande H_∞ et μ -analyse des outils pour la robustesse ». Hermes, ISBN 2-7462-0041-4, 1999.

[3] H. Koç « Modélisation et commande robuste d'un système d'entraînement de bande flexible ».Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg, 2000.

[4] « Robust control Toolbox User's Guide ». The MathWorks, Inc. , 2001.

[5] K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover. Robust and optimal control. Prentice Hall, 1996.