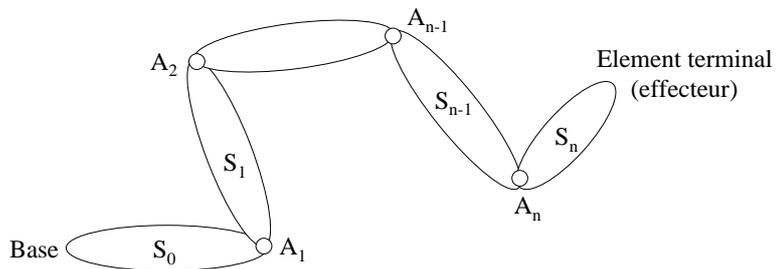


La plupart des robots (manipulateurs) sont des mécanismes ouvert polyarticulés, constitués :

- de segments S_i (link), corps solide rigides, susceptibles de mouvements par rapport à la base du robot
- d'articulations A_i (joint), systèmes de liaison entre les différents solides



Une articulation A_i (joint), lie deux segments successifs S_{i-1} et S_i , elle limite le nombre de degrés de liberté de S_i par rapport à S_{i-1} à une valeur m_i , qu'on appelle la mobilité de la liaison : $0 < m_i < 6$. Dans le cas des robots, on utilise souvent des articulations simples, c-a-d de mobilité unité.

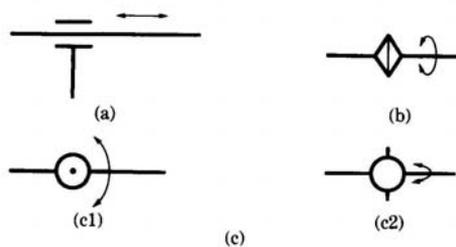


Figure 1.2
 Symbols of joints (arrows show direction of motion). (a) Prismatic joint. (b) Revolute joint 1. (c) Revolute joint 2. (c1) Up-and-down rotation. (c2) Back-and-forth rotation.

1. Généralités

Quelques structures de bras (arm)

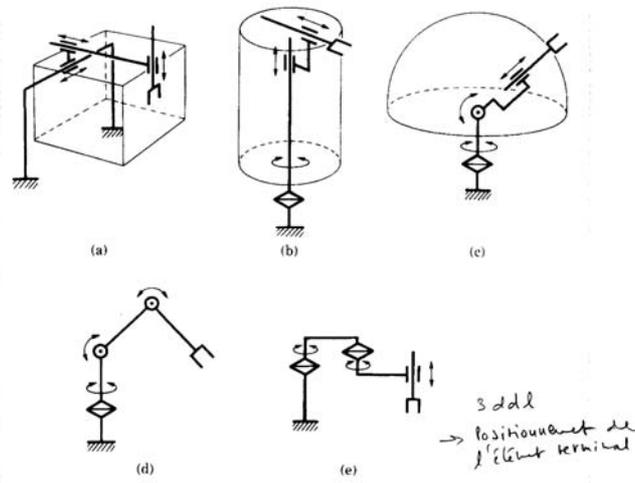


Figure 1.3
 Arm mechanisms. (a) Orthogonal-coordinate type. (b) Cylindrical-coordinate type. (c) Polar-coordinate type. (d) Vertical multi-joint type. (e) Horizontal multi-joint type.

1. Généralités

Poignet (wrist)

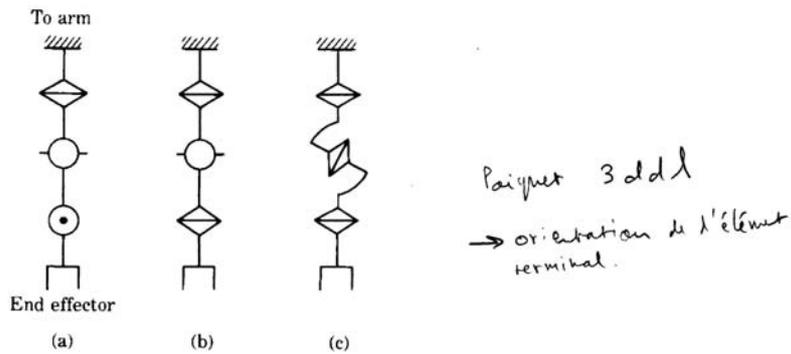


Figure 1.4
 Wrist mechanisms.

Déplacer l'élément terminal (la pince) avec ou sans charge suivant une trajectoire désirée → Asservissement de position

Exercer une force désirée sur un objet lorsque l'élément terminal est en contact avec celui-ci → Asservissement en force

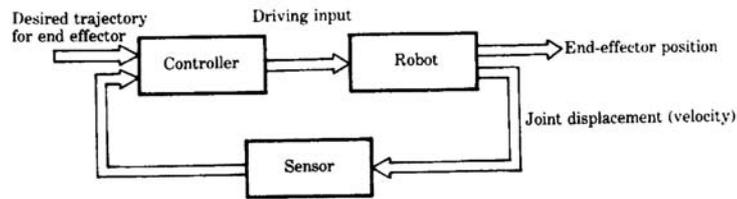


Figure 1.17
Rough sketch of position-control system.

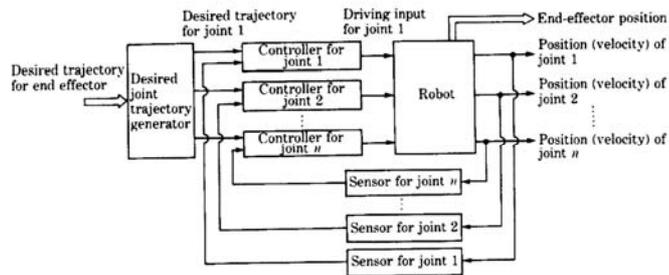


Figure 1.18
Example of controller.

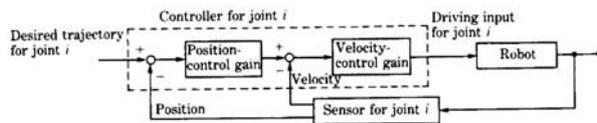
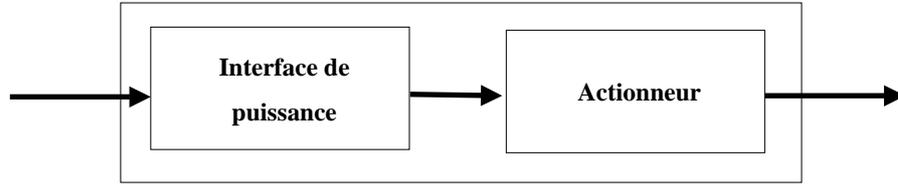
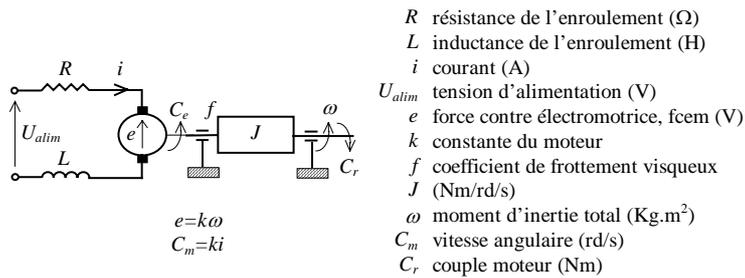


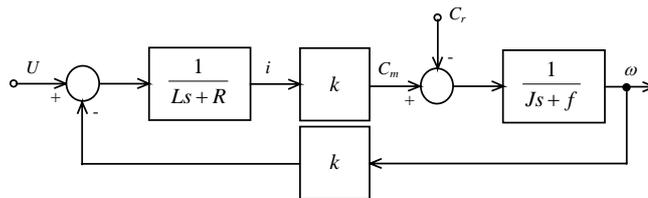
Figure 1.19
Position-velocity feedback servosystem.



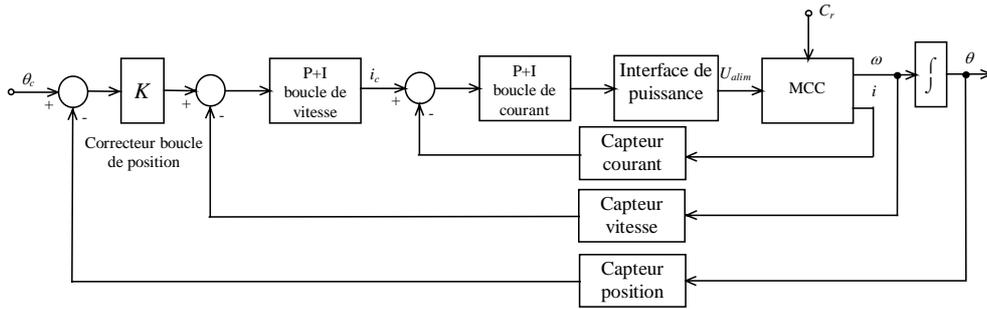
- Actionneurs électrique
 - MCC à aimants permanents
 - Moteurs synchrones (moteurs pas à pas inclus)
- Actionneurs fluidiques
 - Actionneurs pneumatiques
 - Actionneurs hydrauliques



$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} + Ri = U - k\omega \\ J \frac{d\omega}{dt} + f\omega = ki - Cr \end{cases}$$

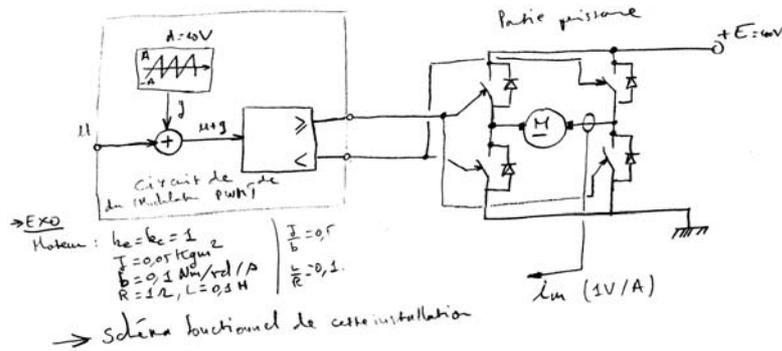


Commande en position

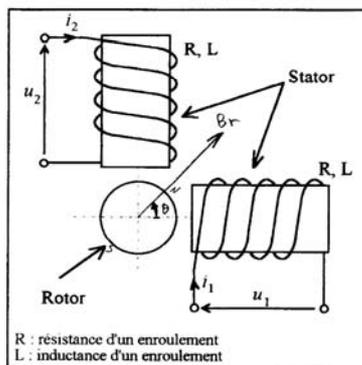
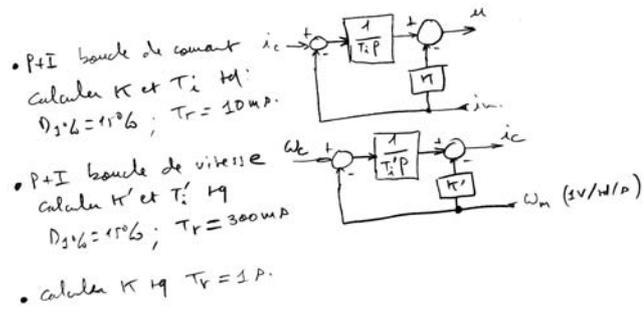


Commande en position

Exemple de mise en oeuvre



Commande en position



Cette machine est constituée (Figure E.1) :

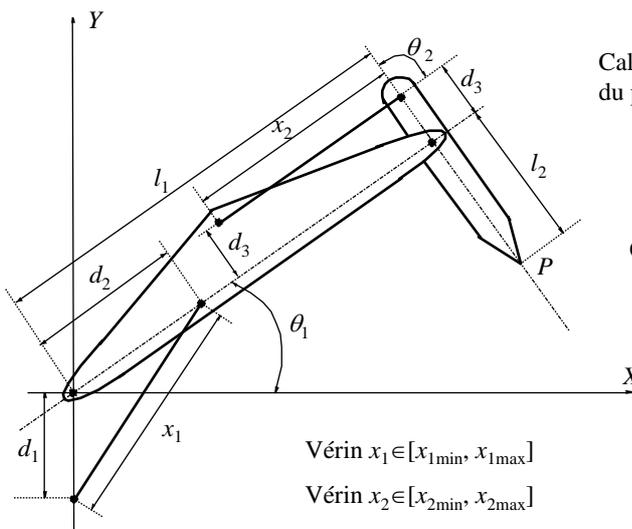
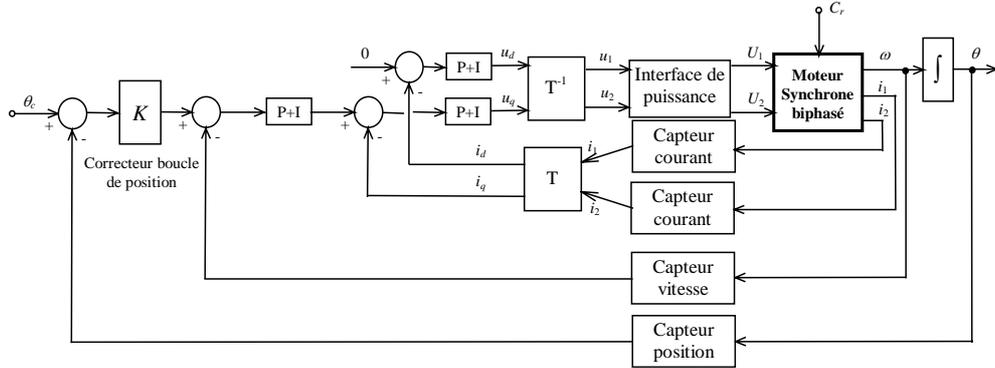
- d'un stator contenant les enroulements. La répartition des conducteurs dans les encoches est telle que les f.cem induites sont alternatives sinusoïdales.

- d'un rotor à aimant permanent.

u_1 et u_2 sont les tensions d'alimentation des enroulements 1 et 2 respectivement.

i_1 et i_2 sont les courants dans les enroulements 1 et 2.

Commande en position



Calculer les coordonnées du point P :

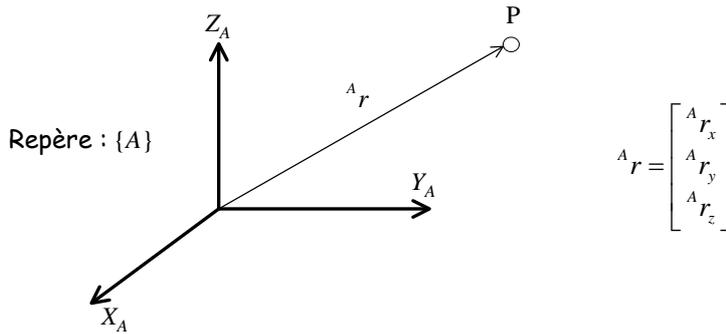
$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{px}(\theta_1, \theta_2) \\ f_{py}(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

Calculer :

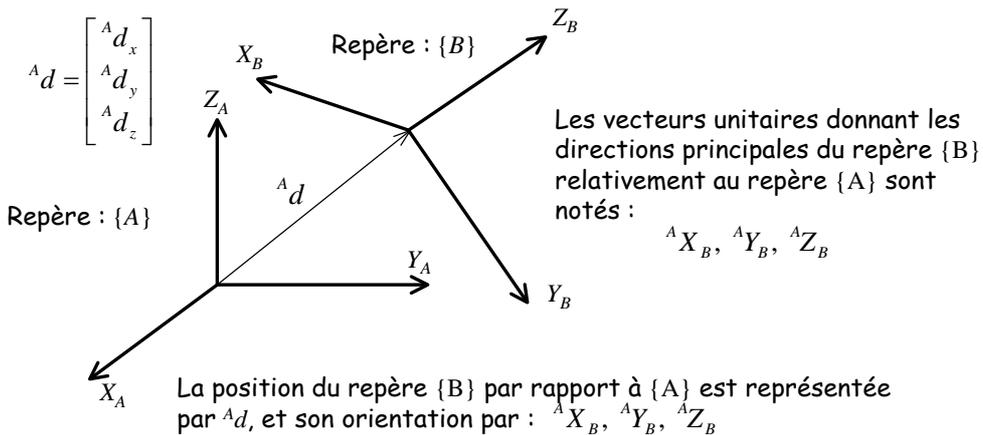
$$\theta_1 = f_1(x_1), \quad \theta_2 = f_2(x_1, x_2)$$

Objectif : décrire mathématiquement la position et l'orientation de l'élément terminal du robot.

Repérage d'un point de l'espace relativement à un repère de référence



X_A, Y_A, Z_A : Vecteurs unitaires donnant les directions principales du repère {A}

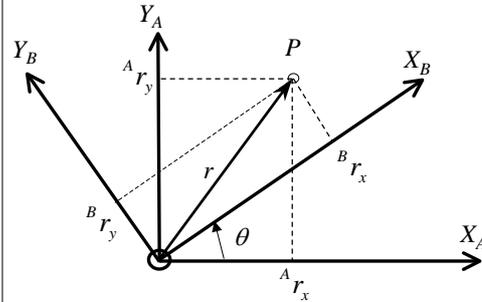
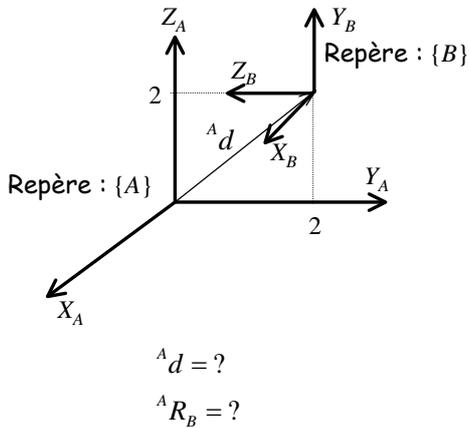


${}^A R_B = [{}^A X_B \quad {}^A Y_B \quad {}^A Z_B]$ Matrice de rotation du repère {B} relativement au repère {A} (à partir de {A} comment on trouve les directions de {B}).

${}^A d = [{}^A d_x \quad {}^A d_y \quad {}^A d_z]^T$ Vecteur position du repère {B} relativement au repère {A} (à partir de l'origine de {A} comment on arrive à l'origine de {B}).

3. Position et orientation des objets

Exemples



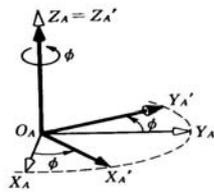
Calculer : ${}^A R_B = [{}^A X_B \quad {}^A Y_B \quad {}^A Z_B]$

Montrer que : ${}^B R_A = ({}^A R_B)^{-1} = ({}^A R_B)^T$

3. Position et orientation des objets

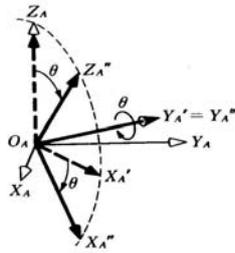
Angles d'Euler (ϕ, θ, ψ)

Rotation de ϕ autour de Z_A



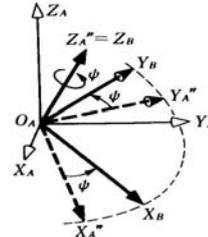
$${}^A R_{A'} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotation de θ autour de $Y_{A'}$



$${}^{A'} R_{A''} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Rotation de ψ autour de $Z_{A''}$



$${}^{A''} R_B = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de rotation ${}^A R_B$ résultant des rotations ϕ, θ, ψ , s'écrit ${}^A R_B = {}^A R_{A'} {}^{A'} R_{A''} {}^{A''} R_B$:

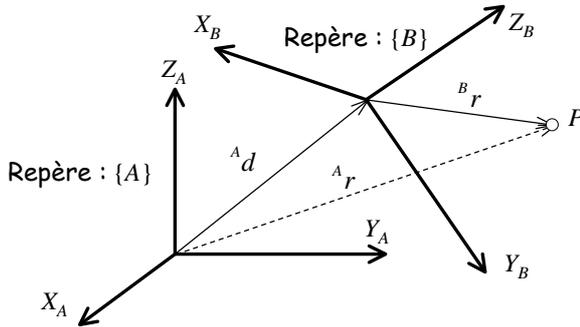
$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi & -\cos \phi \cos \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi & -\sin \phi \cos \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \\ -\sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{bmatrix}$$

3. Transformation homogène

Connaissant la localisation d'un point P par rapport à un repère $\{B\}$ on veut pouvoir localiser ce même point relativement à un autre repère $\{A\}$

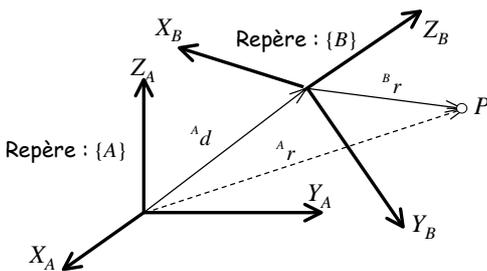
- Soit ${}^A d$ la localisation de l'origine du repère $\{B\}$ dans le repère $\{A\}$
- Soit ${}^A R_B$ la matrice de rotation permettant d'orienter le repère $\{B\}$ comme le repère $\{A\}$
- Soit ${}^B r$ la localisation du point P dans le repère $\{B\}$

Dans ces conditions, la localisation du point P par rapport au repère $\{A\}$ s'écrit : ${}^A r = {}^A d + {}^A R_B {}^B r$



Le vecteur ${}^A R_B {}^B r$ représente la localisation du point P par rapport à un repère intermédiaire de même orientation que le repère $\{A\}$ mais dont l'origine coïncide avec l'origine du repère $\{B\}$.

3. Transformation homogène



Localisation du point P par rapport au repère $\{A\}$:

$${}^A r = {}^A d + {}^A R_B {}^B r$$

Sur le plan pratique on adopte la forme plus compacte suivante, appelée transformation homogène : ${}^A r = {}^A T_B {}^B r$

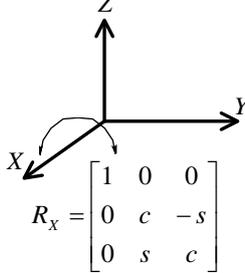
${}^A T_B$: Matrice de transformation homogène

$${}^A T_B = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^A R_B & & & {}^A d \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

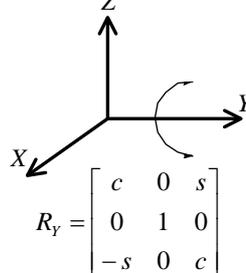
${}^A d$: Vecteur 3x1 de déplacement (localisation de l'origine de $\{B\}$ / $\{A\}$)

${}^A R_B$: Matrice 3x3 de rotation de $\{B\}$ / $\{A\}$. On utilise souvent les angles de cardan.

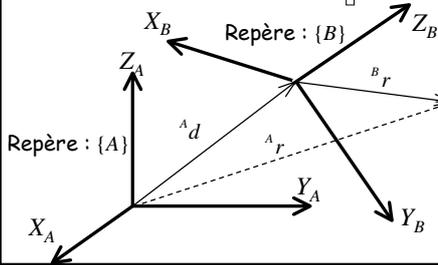
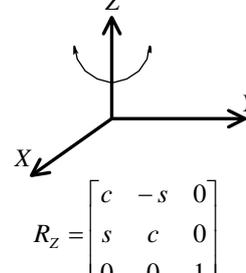
Rotation autour de l'axe X
Angle de roulis (yaw)



Rotation autour de l'axe Y
Angle de tangage (pitch)



Rotation autour de l'axe Z
Angle de lacet (roll)



le repère $\{B\}$ peut être orienté comme le repère $\{A\}$ à l'aide de rotations autour des axes X_B, Y_B, Z_B .
La matrice de rotation s'écrit alors :

$${}^A R_B = R_X R_Y R_Z$$

1. A vector ${}^A p$ is rotated about Z_A by θ degrees and is subsequently rotated about X_A by ϕ degrees. Give the rotation matrix which accomplish these rotations in the given order.

2. A frame $\{B\}$ is located as follows: initially coincident with a frame $\{A\}$ we rotate $\{B\}$ about Z_B by θ degrees and then we rotate the resulting frame about X_B by ϕ degrees. Give the rotation matrix which will change the description of vector from ${}^B p$ to ${}^A p$.

3. ${}^A R_B$ is a 3x3 matrix with eigenvalues 1, e^{ai} and e^{-ai} . What is the physical meaning of the eigenvector of ${}^A R_B$ associated with the eigenvalue 1?

4. Prove that the determinant of any rotation matrix is always equal to 1.

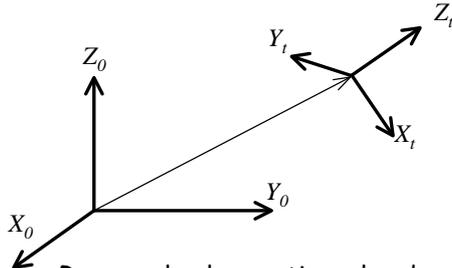
5. A frame $\{B\}$, which was initially coincident with another frame $\{A\}$, is rotated about about the Y_A axis by θ degrees and then translated dx units along the X_A axis and dz units along the Z_A axis. Give the relation between the description ${}^A r$ of an arbitrary point in $\{A\}$ and the description ${}^B r$ of the same point in $\{B\}$ by a homogeneous transform.

4. Modèle géométrique direct d'un robot à n articulations

Il s'agit de déterminer la relation entre les coordonnées de l'élément terminal du robot exprimées dans le repère fixe de référence en fonction des coordonnées articulaires :

$$r = f(\theta) \text{ avec : } \theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n], r^T = [r_1, r_2, \dots, r_m], \text{ avec } m \leq n$$

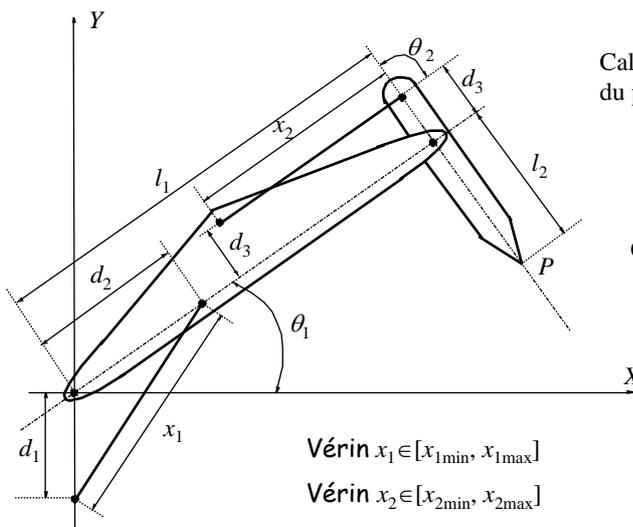
θ est le vecteur des n coordonnées articulaires, et r le vecteur des coordonnées opérationnelles



Le passage du repère de référence au repère terminal se fait au travers des n solides du robot

Rq : sur le plan pratique, les données sont les coordonnées opérationnelles, à partir desquelles il s'agit de calculer les coordonnées articulaires. Cela est réalisé à l'aide du modèle géométrique inverse : $\theta = f^{-1}(r)$

4. Modèle géométrique direct Exemple



Calculer les coordonnées du point P :

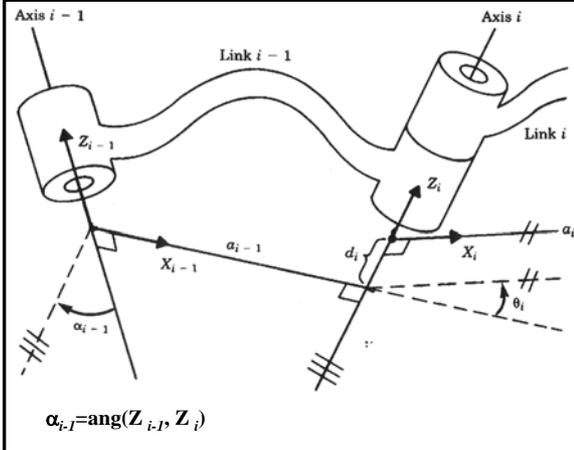
$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{px}(\theta_1, \theta_2) \\ f_{py}(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

Calculer :

$$\theta_1 = f_1(x_1), \quad \theta_2 = f_2(x_2)$$

4. Modèle géométrique direct

Procédure pour l'obtention du MGD (Denavit-Hartenberg)



$$\alpha_{i-1} = \text{ang}(Z_{i-1}, Z_i)$$

a_{i-1} = distance de Z_{i-1} à Z_i mesurée le long de X_{i-1}

α_{i-1} = angle entre Z_{i-1} et Z_i mesurée autour de X_{i-1}

d_i = distance de X_{i-1} à X_i mesurée le long de Z_i

θ_i = angle entre X_{i-1} et X_i mesurée autour de Z_i

1. Identifier les axes articulaires. Pour les étapes 2 à 5 on raisonne sur deux axes successifs $i-1$ et i .

2. Identifier la perpendiculaire commune aux axes $i-1$ et i . Au point d'intersection ou au point où la perpendiculaire commune intersecte l'axe $i-1$, assigner l'origine du repère $i-1$.

3. Assigner l'axe Z_{i-1} suivant l'axe de rotation $i-1$.

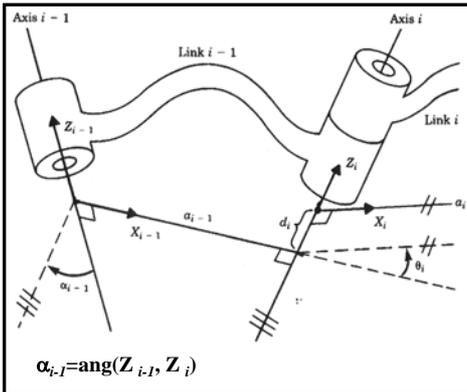
4. Assigner l'axe X_{i-1} le long de la perpendiculaire commune. S'il y a intersection, assigner X_{i-1} normal au plan des deux axes.

5. Assigner l'axe Y_{i-1} à l'aide de la règle de la main droite.

6. Assigner $\{0\}$ coïncident avec $\{1\}$ lorsque la première variable articulaire est nulle. Pour $\{N\}$ choisir librement l'origine et la direction de X_N .

4. Modèle géométrique direct

Procédure pour l'obtention du MGD



$$\alpha_{i-1} = \text{ang}(Z_{i-1}, Z_i)$$

a_{i-1} = distance de Z_{i-1} à Z_i mesurée le long de X_{i-1}

α_{i-1} = angle entre Z_{i-1} et Z_i mesurée autour de X_{i-1}

d_i = distance de X_{i-1} à X_i mesurée le long de Z_i

θ_i = angle entre X_{i-1} et X_i mesurée autour de Z_i

Matrice de transformation homogène

Pour passer du repère $i-1$ au repère i , on peut toujours effectuer les opérations suivantes :

1. Une rotation de α_{i-1} autour de X_{i-1}
2. Un déplacement le long de X_{i-1} de longueur a_{i-1}
3. Une rotation de θ_i autour de Z_i
4. Un déplacement le long de Z_i de longueur d_i

$${}^{i-1}T_i = R_X(\alpha_{i-1})D_X(a_{i-1})R_Z(\theta_i)D_Z(d_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation homogène permettant de passer des coordonnées de l'élément terminal exprimé dans le repère {N} aux coordonnées dans le repère {0} (${}^0r = {}^0T_N {}^N r$), s'écrit :

$${}^0T_N = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \dots {}^{N-1}T_N$$

D'où le modèle géométrique direct (MGD) :

$${}^0r = f(\theta) \text{ avec : } \theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n], f(\theta) = {}^0T_N {}^N r$$

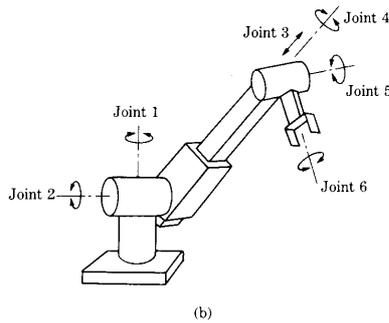
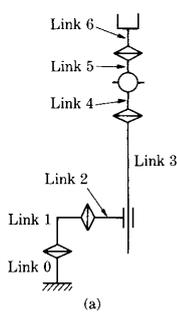


Figure 2.20
Stanford manipulator. (a) Link structure. (b) Appearance.

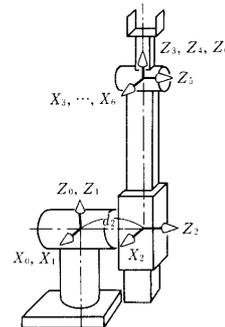
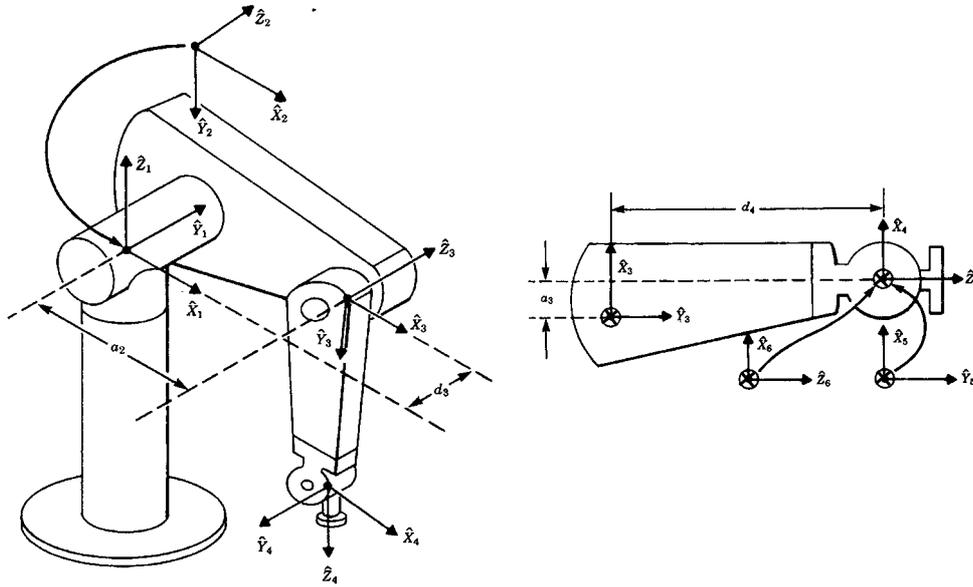


Figure 2.21
Link frames for Stanford manipulator.

4. Modèle géométrique direct

Exemple 2



4. Modèle dynamique

Exemple 1

